



ข้อสอบคณิตศาสตร์ กสพท. 2553

คำอธิบาย

1. เนื่องจากไม่มีการเผยแพร่ตัวข้อสอบวิชาสามัญของ กสพท. ที่สอบไปในเดือนมกราคม 2553 ที่ผ่านมา แต่ก็มีคนใจดีหลายคนช่วยกันนำข้อสอบมาจากแหล่งต่างๆ มาให้พี่ณัฐช่วยคิด ช่วยดู ช่วยวิเคราะห์ โดยโพยข้อสอบที่ได้มา มีมากมายหลายชุด พบว่ายังมีความลึกลับกัน คือ ไม่ค่อยจะตรงกันทั้งตัวโจทย์และคำถาม พอมีเวลาว่าง พี่ณัฐก็เลยเอาแต่ละข้อมานั่งทบทวนกันดู แล้วก็รวบรวมรวบหางคิดเอาเองว่าข้อสอบน่าจะถามอย่างนี้ จึงได้ข้อสอบที่คิดว่าน่าจะใกล้เคียงกับของจริงครบทั้งหมด 25 ข้อ 😊
2. ข้อสอบจริงๆ มี 25 ข้อ 5 ซอยส์ ข้อที่ไม่มีซอยส์ ก็เพราะว่าต้นขั้วไม่มีซอยส์มาให้ น้องก็ลองฝึกทำกันดูนะครับ ไม่สำคัญว่าโจทย์จะมีซอยส์หรือไม่ แต่ขอให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเป็นสำคัญ
3. ข้อสอบหมอลูกนี้ มีข้อสอบแนวโอลิมปิกรอบแรกและสมาคมคณิตศาสตร์ปอยู่บ้าง ซึ่งก็ยากพอตัว แต่ข้อสอบยากๆ เหล่านี้ มีอยู่ไม่ถึง 10 ข้อ ส่วนที่เหลือถ้าขยันทำโจทย์มาดี ก็ไม่ยากครับ ทำได้อยู่แล้ว
4. ไม่ได้ทำเฉลยไว้ละครับ ไม่มีเวลาเลย ช่วงนี้สอนตั้งแต่เช้ายันดึกทุกวัน แต่ถ้าสงสัยอะไรก็มาโพสถามไว้ในเฟซบุ๊ก www.facebook/NuttyBook โดยถ้ามีเวลาจะมาตอบให้ แต่ถ้าไม่มีเวลาก็ต้องตัวใครตัวมันละครับ

ขอให้โชคดีครับ

พี่ณัฐ อุดมพาณิชย์

๑๙ พ.ย. ๒๕๕๓

1. ให้ $p(x)$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีสมบัติว่า $p(x) \cdot p\left(\frac{1}{x}\right) = p(x) + p\left(\frac{1}{x}\right)$

ถ้า $p\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{7}{8}$ แล้ว $p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5)$ เท่ากับเท่าใด

2. รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B, C เป็น a, b, c ตามลำดับ

ถ้า $a^2 + b^2 = 2553c^2$ แล้ว $\frac{\cot C}{\cot A + \cot B}$ เท่ากับเท่าใด

3. จงหารูปอย่างง่ายของ $\frac{\sin 9x + 6 \sin 7x + 17 \sin 5x + 12 \sin 3x}{\sin 8x + 5 \sin 6x + 12 \sin 4x}$

4. ถ้า $2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}$ แล้ว $(x-1)^2 - 1$ เท่ากับเท่าใด

5. กำหนดให้ $a = \log_{18} 12$ และ $b = \log_{54} 24$

ค่าของ $\frac{1-ab}{a-b}$ เท่ากับเท่าใด

6. จงหา $f^{-1}(x)$ เมื่อ $f(x) = \frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}}$

7. ถ้า A เมตริกซ์ 3×3 ซึ่ง $\det A = 2$ แล้ว $\det(\text{adj}(\text{adj} A))$ เท่ากับเท่าใด

8. ถ้าพหุนาม $x^{2553} - ax + 1$ หารด้วย $x^2 - 1$ เหลือเศษ $r(x)$ และ $r(2) = 17$ แล้ว a เท่ากับเท่าใด

9. ในงานเลี้ยงสังสรรค์มีคนเข้าร่วมงาน 50 คน โดยแต่ละคนจะจับมือทักทายกับคนอื่นได้เพียง 3 คนเท่านั้น จงหาว่าในงานเลี้ยงนี้จะมีการจับมือเกิดขึ้นทั้งหมดกี่ครั้ง

10. จากการสำรวจความชอบภาพยนตร์ 3 เรื่อง จากคนทั้งหมด 38 คน โดยมีเงื่อนไขว่าแต่ละคนจะชอบภาพยนตร์เพียง 1 หรือ 3 เรื่องเท่านั้น ถ้าภาพยนตร์ในแต่ละเรื่องมีคนชอบดู 12, 18 และ 10 คน แล้ว จำนวนคนที่ชอบดูภาพยนตร์ทั้ง 3 เรื่อง เท่ากับเท่าใด

11. กำหนดให้ $A = \{\phi, a, \{\phi, a\}\}$, $B = P(A)$ และ S เป็นสับเซตของ B จำนวนเซต S ซึ่งมีสมบัติว่า $S \cap A \neq \phi$ เท่ากับเท่าใด

12. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_6$ เป็นรากที่ 7 ของ 1 ที่ไม่เท่ากับ 1
ค่าของ $(1 - a_1)(1 - a_2)(1 - a_3)\dots(1 - a_6)$ เท่ากับเท่าใด
13. สมมติให้จัตุรัสกลขนาด $n \times n$ คือ เมตริกซ์ขนาด $n \times n$ ซึ่งมีผลบวกของตัวเลขในแต่ละแถว, หลัก และในแนวเส้นทแยงมุมมีค่าเท่ากัน ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของจัตุรัสกลขนาด 3×3 ซึ่งมีเลขในแถวเส้นทแยงมุมเป็น 2, 5, 8 เท่ากับเท่าใด
14. กำหนดให้ $(1 + x^2)^2(1 + x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$
ค่าของ n ที่มากที่สุดที่ทำให้ a_1, a_2, a_3 เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต เท่ากับเท่าใด
15. สมการ $x^2 + y^2 - 6x - 16y + c^2 = 0$ เป็นกราฟวงกลมที่ตัดแกน Y 2 จุด แต่ไม่ตัดแกน X
จำนวนเต็ม c ที่มีค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ เท่ากับเท่าใด
16. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่ทำมุมกัน $\frac{\pi}{3}$, $|\vec{u}| = 1$ และ $|\vec{v}| = 2$
มุมระหว่าง $\vec{u} + \vec{v}$ และ $\vec{u} - \vec{v}$ เท่ากับเท่าใด
17. เมื่อนำประพจน์ $(p \vee q) \vee (r \wedge s) \vee (t \rightarrow u) \vee (v \leftrightarrow w)$ ไปสร้างตารางค่าความจริง
จะเกิดกรณีที่จริงเกิดขึ้นกี่กรณี

18. ความน่าจะเป็นที่เลือกจุดในสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 14×14 เซนติเมตร แล้วจุดนั้นห่างจากมุมของสี่เหลี่ยมไม่น้อยกว่า 7 เซนติเมตรเท่ากับเท่าใด

19. มีจำนวนเต็ม 5 จำนวน เป็นจำนวนคู่ 2 จำนวน เลือกมา 3 จำนวน ความน่าจะเป็นที่ 3 จำนวนที่เลือกมานั้น มีผลบวกเป็นจำนวนคู่หรือผลคูณเป็นจำนวนคี่ เท่ากับเท่าใด

20. นักเรียนห้องหนึ่งมี 51 คน ทำการสำรวจข้อมูลน้ำหนักของนักเรียนทั้งห้องโดยพบว่ามีค่ามัธยฐาน เท่ากับ 70 ภายหลังพบว่าอ่านข้อมูล 2 ตัวผิดไป คือ 63 และ 68 โดยอ่านน้อยกว่าความเป็นจริง 5 และอ่านมากกว่าความเป็นจริง 3 มัธยฐานที่ถูกต้องเท่ากับเท่าใด

21. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - x)$ เท่ากับเท่าใด

22. จำนวนเต็ม a, b, c หารด้วย 7 แล้วเหลือเศษ 1, 3, 5 ตามลำดับ

ข้อใดต่อไปนี้หารด้วย 7 แล้วเหลือเศษมากที่สุด

1. $a^2 + b^2 + c^2$

2. $-a^2 + b^2 + c^2$

3. $a^2 - b^2 + c^2$

4. $a^2 - b^2 - c^2$

5. $-a^2 - b^2 + c^2$

23. กำหนดให้ ประพจน์ p คือ $\exists x [x^2 > x]$ และ ประพจน์ q คือ $\forall x [|x| > -x]$

เอกภพสัมพัทธ์ในข้อใดที่ทำให้ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $[0, 2]$

2. $(0, 1]$

3. $(-1, 0]$

4. $(-1, 1)$

5. $(-\infty, 1]$

24. ถ้า $\log(4 \cdot 3^x - 1)$, $\log(2 \cdot 3^{x+1} + 2)$, $\log(3^{x+1} + 1)$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต แล้ว x เท่ากับเท่าใด

25. ในการสำรวจน้ำหนักนักเรียนห้องหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ โดยพบว่า นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 81 กิโลกรัม มีจำนวน 2.5 เปอร์เซนต์ และนักเรียนที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 68 กิโลกรัม มีจำนวน 2.62 เปอร์เซนต์ มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนห้องนี้เท่ากับเท่าใด

พื้นที่ใต้เส้นโค้งของค่า $z = 0$ ถึง z ใดๆ เป็นดังตารางต่อไปนี้

z	1.93	1.94	1.95	1.96
พื้นที่ใต้โค้ง	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750